

LAHENDUSED 8. KLASS

1. Vastus: Arvu a suurim võimalik väärtus on 2367.

Lahendus 1:

Leiame järjest arvude suurimad võimalikud väärtused.

Kuna $d < 100$ ja $c < 4d$, siis $c \leq 4 \cdot 99 - 1 = 395$.

Kuna $b < 3c$, siis $b \leq 3 \cdot 395 - 1 = 1184$.

Kuna $a < 2b$, siis $a \leq 2 \cdot 1184 - 1 = 2367$.

Seega arvu a suurim võimalik väärtus on 2367.

Lahendus 2:

Kirjutame antud võrratused üheks võrratuste ahelaks järgnevalt: $a < 2b < 6c < 24d < 2400$.

Sellest saame, et arvu a suurima väärtuse ja arvu 2400 vahele peavad veel jääma arvud $2b$, $6c$ ja $24d$. Kuna a , b , c ja d on kõik täisarvud, siis $2b$, $6c$ ja $24d$ võimalikult suured väärtused on vastavalt 2368, 2370 ja 2376. Järelikult arvu a suurim võimalik väärtus on 2367.

Hindamine:

Lahendus 1

Leitud arvu d suurim võimalik väärtus: 1p

Leitud arvu c suurim võimalik väärtus: 2p

Leitud arvu b suurim võimalik väärtus: 2p

Leitud arvu a suurim võimalik väärtus: 2p

7p

Lahendus 2

Välja kirjutatud võrratuste ahel: 2p

Leitud $2b$, $6c$ ja $24d$ võimalikud väärtused: 3p

Leitud arvu a suurim võimalik väärtus: 2p

7p

Märkus: Antud vaid õige täielik vastus 2p.

2. Vastus: Iga tulevõlur pidas duelli 6 metsavaimuga.

Lahendus:

Olgu tulevõlurite, kivitrollide ja metsavaimude arvud vastavalt T, K, M .

Ühelt poolt teame, et iga tulevõlur pidas duelli kolme kivitrolliga ja teiselt poolt teame, et iga kivitroll pidas duelli kahe tulevõluriga. Nende omavaheliste duellide arv on siis ühelt poolt $3T$ ja teiselt poolt $2K$. Saame kirjutada $3T = 2K$.

Samamoodi saame, kui vaatleme kivitrolle ja metsavaime, et $6K = 3M$, millest $2K = M$.

Tulevõlurite ja metsavaimude vaheliste duellide kohta teame, et $x \cdot T = 2M$, kus x tähistab mitme metsavaimuga iga tulevõlur duelli pidas.

Kasutades saadud võrdusi $M = 2K$ ja $K = \frac{3}{2}T$, saame, et $x \cdot T = 2 \cdot 3T = 6T$, millest. $x = 6$.

Hindamine:

Duellide loendamisega leitud tulevõlurite ja kivitrollide arvude vaheline seos $3T = 2K$: 2p

Leitud kivitrollide ja metsavaimude arvude vaheline seos $2K = M$: 1p

Kirja pandud seos, tulevõlurite ja metsavaimude duellide kohta: 2p

Kasutatud seoseid ja leitud küsitud duellide arv: 2p

7p

Märkus: Antud vaid õige vastus 2p.

3. Vastus: 35, 59 ja 95.

Lahendus:

Arvuga 6 jagamisel tekkivad jäägid saavad olla 5, 4, 3, 2, 1 ja 0. Kui jääk oleks 0, siis see arv oleks kindlasti paarisarv ja jaguks arvuga 2 ning nende arvudega jagamisel tekkivad jäägid oleks võrdsed. Seega *ekstrahea arv* on kindlasti paaritu. Et arvudega 2, 4 ja 6 jagamisel peavad tekkima erinevad jäägid, siis need saavad olla vastavalt 1, 3 ja 5.

Järelikult jagamisel arvudega 3 ja 5 peavad tekkima vastavalt jäägid 2 ja 4 või 0.

Seega *ekstrahea arv* annab arvudega 2, 3, 4, 5 ja 6 jagamisel vastavalt jäägid 1, 2, 3, 4 või 0 ja 5.

Kui arvu 5 jagamisel jäägiks on 4, siis *ekstraheast arvust* ühe võrra suurem arv jagub arvudega 2, 3, 4, 5 ja 6.

Kuna *ekstrahea arv* peab olema naturaalarv, siis vaatleme arvude 2, 3, 4, 5 ja 6 vähimat ühiskordset. Selleks on 60. Seega *ekstrahea arv* on 59. Kuna arvude 2, 3, 4, 5 ja 6 järgmine ühiskordne on 120, siis suuruselt järgmine *ekstrahea arv* 119 on juba suurem arvust 100.

Järelikult arvust 100 väiksemaid *ekstrahäid* naturaalarve on vaid üks ja selleks on arv 59.

Vaatame ka 100-st väiksemad paaritud arvud, mis 5-ga jagamisel annavad jäägiks 0: 15, 25, 35, 45, 55, 65, 75, 85 ja 95. Nendest arvud 15, 45 ja 75 annavad 0 jäägiks ka 3-ga jagamisel. Arvud 25, 55 ja 85 annavad jäägiks 1 nii 2-ga kui ka 3-ga jagamisel. 65 annab nii 2-ga kui ka 4-ga jagamisel jäägiks 1. Lihtne kontroll näitab, et arvud 35 ja 95 sobivad ehk need arvud annavad erinevad jäägid ehk need on *ekstrahea arvud*.

Hindamine:

Näidatud millise arvuga mis jäägi peab <i>ekstrahea arv</i> andma:	2p
Järeldatud, et <i>ekstraheast arvust</i> ühe võrra suurem arv jagub arvudega 2, 3, 4, 5 ja 6:	2p
Leitud arvude 2, 3, 4, 5 ja 6 vähim ühiskordne:	1p
Leitud <i>ekstrahea arv</i> 59:	1p
Leitud <i>ekstrahea arvud</i> 35 ja 95.	1p
	7p

Märkus: Antud vaid õige vastus: 2p

4. Vastus: Kujundi kogupindala on 409 cm^2 .

Lahendus:

Et 20-külgne kujund koosneb 5-st ruudust küljepikkusega 3 cm ja 16-st ühesugusest nelinurgast, siis olgu ühe nelinurga pindala $x \text{ cm}^2$.

Kuna neli ühesugust nelinurka ja ruut küljepikkusega 3 cm moodustavad ruudu küljepikkusega 10 cm, siis nelja neljanurga pindalade summa $4x$ on

$$10 \text{ cm} \cdot 10 \text{ cm} - 3 \text{ cm} \cdot 3 \text{ cm} = 100 \text{ cm}^2 - 9 \text{ cm}^2 = 91 \text{ cm}^2.$$

Seega 20-külgse kujundi pindala on

$$5 \cdot 9 \text{ cm}^2 + 16 \cdot x \text{ cm}^2 = 45 \text{ cm}^2 + 4 \cdot 4x \text{ cm}^2 = 45 \text{ cm}^2 + 4 \cdot 91 \text{ cm}^2 = 409 \text{ cm}^2.$$

Hindamine:

Leitud ruutude küljepikkusega 3 cm pindalade summa: 2p

Leitud nelja ühesuguse nelinurga pindalade summa või ühe nelinurga pindala: 2p

Näidatud kuidas leida 20-külgse kujundi pindala: 1p

Leitud 20-külgse kujundi pindala: 2p

7p

Märkus: Antud vaid õige täielik vastus õige ühikuga: 2p.

5. Vastus: Mati joonistas mustrisse 200 number kaheksat.

Lahendus:

Paneme tähele, et vasakpoolseimal numbril kaheksa on 8 sellist ühikruutu, mille on 3 naabrit ja parempoolseimal numbril kaheksa on ka selliseid ühikruute 8. Igal mitteäärmisel numbril kaheksa on kolme naabriga ühikruute 14.

Samas vasakpoolseimal numbril kaheksa on 16 sellist ühikruutu, mille on 2 naabrit ja parempoolseimal numbril kaheksa on ka selliseid ühikruute 16. Igal mitteäärmisel numbril kaheksa on kahe naabriga ühikruute 9.

Kui mustris on $k + 2$ numbrit kaheksa, siis kolme naabriga ühikruute on kokku seal

$$8 + k \cdot 14 + 8 = 16 + 14k \text{ ja kahe naabriga ühikruute on kokku } 16 + k \cdot 9 + 16 = 32 + 9k.$$

Et kolme naabriga ühikruute oli 974 võrra rohkem kui kahe naabriga ühikruute, siis saame, et $16 + 14k = 974 + 32 + 9k$. Millest $5k = 990$ ja $k = 198$. Järelikult Mati joonistas mustrisse $198 + 2 = 200$ numbrit kaheksa.

Hindamine:

Leitud mitu kolme naabriga ühikruutu on vasakpoolseimas, paremapoolseimas ja igas mitteäärmises numbris kaheksa:

1p

Leitud mitu kahe naabriga ühikruutu on vasakpoolseimas, paremapoolseimas ja igas mitteäärmises numbris kaheksa:

1p

Moodustatud võrdus, mis seob kahe naabriga ja kolme naabriga ühikruutude arve:

2p

Leitud kaheksate arv mustris:

3p

7p

Märkus: Antud vaid õige vastus: 2p

.