

LAHENDUSED 7. KLASS

1. Vastus: Kärdi ees seisval lapsel on 8 kommi.

Lahendus 1: Et Märdist eespool seisvatel oli vähem komme kui Kärdist eespool seisvatel, siis järelikult Märt seisis rivis Kärdist eespool. Olgu Märdil m kommi ja Kärdil k kommi. Sel juhul kõigil rivis seisvatel lastel olevate kommide arv on üheltpoolt $17 + m + 19$ ja teiselt poolt $25 + k + 15$. Kuna kommide arv on ikka sama, siis $17 + m + 19 = 25 + k + 15$. Sellest saame $36 + m = 40 + k$, millest $m - k = 40 - 36 = 4$. See tähendab, et Märdil oli 4 kommi rohkem kui Kärdil. Teame ka, et kokku oli Kärdil ja Märdil 12 kommi. Seega Märdil oli 8 kommi ja Kärdil 4 kommi. Märdist tagapool seisjatel oli 4 kommi rohkem kui Kärdist tagapool seisjatel. Seega peavad Märt ja Kärt kõrvuti seisma. Kärdi ees seisab Märt ja tal on 8 kommi.

Lahendus 2: Et Märdist eespool seisvatel oli vähem komme kui Kärdist eespool seisvatel, siis järelikult Märt seisis rivis Kärdist eespool. Et Märdist tagapool seisvatel isikutel on kokku 4 kommi rohkem kui Kärdist tagapool seisvatel, siis kõige rohkem saab Kärdil olla 4 kommi. Vaatame, kui Kärdil oleks 1 kommi. Kuna neil Märdiga on kokku 12 kommi, siis Märdil oleks 11 kommi. Sel juhul oleks Kärdi ja Märdi vahel veel lapsi ja neil oleks kokku 3 kommi. Sel juhul oleks Kärdist eespool seisvatel lastel $11 + 3$ kommi rohkem kui Märdist eespool seisjatel. See on aga vastuolus ülesandes antuga, sest ühest eespool seisjatel oli 17 kommi ja teisest eespool seisjatel 25 kommi.

Vaatame, kui Kärdil oleks 2 kommi. Märdil oleks siis 10 kommi ja nende vahel seisvatel lastel 2 kommi. Sel juhul oleks Kärdist eespool seisvatel isikutel $10 + 2$ kommi rohkem kui Märdist eespool seisjatel. See on aga vastuolus ülesandes antuga, sest ühest eespool seisjatel oli 17 kommi ja teisest eespool seisjatel 25 kommi.

Vaatame, kui Kärdil oleks 3 kommi. Märdil oleks siis 9 kommi ja nende vahel saaks seista vaid üks laps, kellel oleks 1 kommi. Sel juhul oleks Kärdist eespool seisvatel isikutel $9 + 1$ kommi rohkem kui Märdist eespool seisjatel. Aga ka see on vastuolus ülesandes antuga, sest ühest eespool seisjatel on 17 kommi ja teisest eespool seisjatel 25 kommi.

Kui Kärdil oleks 4 kommi. Märdil oleks siis 8 kommi ja nende vahel ei saaks seista ühtegi last. Sel juhul ongi Kärdist eespool seisjatel 8 kommi rohkem nagu ülesandes antud. Järelikult Märt seisis Kärdi ees ja tal oli 8 kommi.

Hindamine:

Lahendus 1

Tähelepanek, et Märt seisis rivis Kärdist eespool:	1p
Avaldatud rivis seisvate kõigil lastel olevate kommide arvud:	2p
Leitud, et Märdil oli 4 kommi rohkem kui Kärdil:	2p
Leitud Kärdil ja Märdil olevate kommide arvud:	1p
Järeldatud, et Kärdi ees seisab Märt:	<u>1p</u>
	7p

Lahendus 2.

Tähelepanek, et Märt seisis rivis Kärdist eespool:	1p
Tehtud tähelepanek, et Kärdil saab olla 1 kuni 4 kommi:	1p
Vaadeldud kõik neli juhtumit (a'1p):	4p
Tehtud õige järeldus:	<u>1p</u>
	7p

Märkus: Antud vaid õige täielik vastus 2p.

2. Vastus: Anne sündis aastal 2014 Tallinnas, Juss sündis aastal 2011 Pärnus, Paul sündis aastal 2023 Viljandis ja Volli sündis aastal 2012 Haapsalus.

Lahendus:

Kuna Anne on Vollist kaks aastat noorem siis Anne ja Volli sünniaastad saavad olla vastavalt kas 2014 ja 2012 või 2013 ja 2011. Kuna Volli on sündinud aasta hiljem kui Pärnus sündinu, siis Volli ei saa olla sündinud aastal 2011. Järelikult Anne ja Volli sünniaastad on vastavalt 2014 ja 2012. Veelkord kasutame, et Volli on sündinud aasta hiljem Pärnus sündinust ja seega keegi neist sündis aastal 2011 Pärnus. Kuna Pärnus sündinu on aasta võrra vanem Haapsalus sündinust, siis 2012. aastal sündinud Volli sündis Haapsalus. Kuna Paul sündis Viljandis, siis on ainus võimalus, et ta sündis aastal 2013. Seega Jussi sünniaasta saab olla vaid 2011 ning tema sünnilinnaks on Pärnu. Anne sünnilinnaks jäi järgi Tallinn.

Hindamine:

Tehtud tähelepanek Anne ja Volli võimalike sünniaastate kohta:	1p
Leitud Anne ja Volli sünniaastad:	1p
Leitud, et Pärnus sündinu sünniaasta on 2011	1p
Leitud, et Volli sündis Haapsalus:	1p
Leitud Pauli sünniaasta:	1p
Järeldatud Jussi sünniaasta ja linn:	1p
Järeldatud Anne sünnilinn:	<u>1p</u>
	7p

Märkus: Antud vaid täielik õige vastus 2p.

Kui sellele on lisatud kontroll ja näidatud, et see sobib, siis kontrolli eest lisada 1p.

3. Vastus: Nelinurga *NEMC* pindala on 165 cm^2 .

Lahendus 1:

Paneme tähele, et nelinurk *NEMC* koosneb kolmnurkadest *NEC* ja *EMC*.

Kolmnurk *DEC* koosneb kolmnurkadest *DNC* ja *NEC* ja kolmnurk *EFC* koosneb kolmnurkadest *EFM* ja *EMC*. Kolmnurkade *DEC*, *DNC*, *EFC* ja *EFM* pindalasid saame leida.

Täisnurksetel kolmnurkadel *DEC* ja *EFC* on ühine kaatet *EC*, mille pikkus on

$15 \text{ cm} + 11 \text{ m} = 26 \text{ cm}$ ning teiseks kaatetiks on ühel suurema ruudu külg ja teisel väiksema ruudu külg. Kolmnurkade *DNC* ja *EFM* pindalad moodustavad poole vastavalt suurema ruudu ja väiksema ruudu pindalast.

Seega saame:

$$\begin{aligned} S_{NEMC} &= S_{NEC} + S_{EMC} = (S_{DEC} - S_{DNC}) + (S_{EFC} - S_{EFM}) = \\ &= \frac{15 \text{ cm} \cdot 26 \text{ cm}}{2} - \frac{15 \text{ cm} \cdot 15 \text{ cm}}{2} + \frac{11 \text{ cm} \cdot 26 \text{ cm}}{2} - \frac{11 \text{ cm} \cdot 11 \text{ cm}}{2} = \\ &= 82,5 \text{ cm}^2 + 82,5 \text{ cm}^2 = 165 \text{ cm}^2. \end{aligned}$$

Lahendus 2:

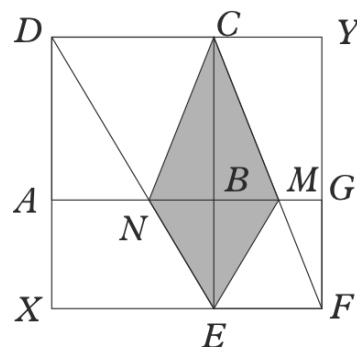
Täiendame joonist nii, et külgede *AD* ja *EF* pikendused lõikuks punktis *X* ning külgede *FG* ja *DC* pikendused lõikuks punktis *Y*.

Nii tekib ruut *DXFY* küljepikkusega $15 \text{ cm} + 11 \text{ m} = 26 \text{ cm}$.

Nelinurga *NEMC* pindala saame leida, kui ruudu *DXFY* pindalast lahutame kolmnurkade *DXE*, *FYC*, *DNC* ja *EFM* pindalad.

Seega saame:

$$\begin{aligned} S_{NEMC} &= S_{DXFY} - S_{DXE} - S_{FYC} - S_{DNC} - S_{EFM} = \\ &= 26 \text{ cm} \cdot 26 \text{ cm} - \frac{26 \text{ cm} \cdot 15 \text{ cm}}{2} - \frac{26 \text{ cm} \cdot 11 \text{ cm}}{2} - \frac{15 \text{ cm} \cdot 15 \text{ cm}}{2} - \frac{11 \text{ cm} \cdot 11 \text{ cm}}{2} = \\ &= 672 \text{ cm}^2 - 195 \text{ cm}^2 - 143 \text{ cm}^2 - 112,5 \text{ cm}^2 - 60,5 \text{ cm}^2 = 165 \text{ cm}^2. \end{aligned}$$



Hindamine:

Otsitava nelinurga pindala avaldatud kolmnurkade kaudu, mille pindalasid saab leida: 3p

Leitud õigesti kolmnurkade külgede pikkused ja pindalad: 3p

Leitud nelinurga *NEMC* pindala 1p

7p

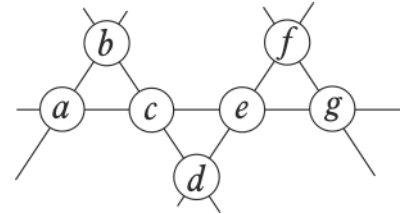
Märkus: Antud vaid õige vastus koos õige ühikuga: 2p

4. Vastus: Ainus mittevalitud arv saab olla 6.

Lahendus:

Olgu ringidesse kirjutatud arvud a, b, c, d, e, f ja g (vt. joonist).

Olgu ühel joonestatud sirgel olevates ringides arvude summa S .



Siis: $a + b = S$, $b + c + d = S$, $d + e + f = S$, $f + g = S$ ja $a + c + e + g = S$.

Liites kõik need võrdused saame, et

$$(a + b) + (b + c + d) + (d + e + f) + (f + g) + (a + c + e + g) = 5S$$

ehk $2(a + b + c + d + e + f + g) = 5S$.

Sellest võrdusest näeme, et valitud seitsme arvu summa $a + b + c + d + e + f + g$ peab jaguma arvuga 5, sest võrduse parem pool jagub arvuga 5.

Näeme ka seda, et kuna võrduse vasak pool jagub arvuga 2, siis S peab jaguma arvuga 2 ehk olema paarisarv.

Kõigi antud arvude summa on $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 = 36$, siis selleks, et neist seitsme summa jaguks arvuga 5, on kaks võimalust, välja jätta kas arv 1 või arv 6.

Kui välja jätta arv 1, siis $S = \frac{2(2+3+4+5+6+7+8)}{5} = 14$.

Seega $a + b = 14$ ja $f + g = 14$. Antud arvudest saame leida vaid paari 8 ja 6, millede summa on 14. Seega ei ole sel juhul arvude selline paigutamine võimalik.

Kui välja jätta arv 6, siis $S = \frac{2(1+2+3+4+5+7+8)}{5} = 12$.

Seega $a + b = 12$ ja $f + g = 12$. Arvudest 1, 2, 3, 4, 5, 7 ja 8 annavad kahekaupa summa 12 ainult 4 + 8 ja 5 + 7. Järelikult c, d ja e on mingis järjestuses 1, 2 ja 3. Kui c ja e oleks 1 ja 2, siis a ja g summa peaks olema 9 ehk a ja g oleks 4 ja 5. Sel juhul b ja g oleks 8 ja 7. Kuna d peab olema 3, siis tõesti $b + c + d$ oleks $8 + 1 + 3 = 12$ ja ka $d + e + f = 3 + 2 + 7 = 12$.

Seega kui arv 6 välja jätta on arvude selline kirjutamine ringidesse võimalik.

Hindamine:

Võetud kasutusele sobiv tähistus ja kirjutatud välja õiged võrdused:	1p
Näidatud, et valitud arvude summa peab jaguma arvuga 5:	2p
Leitud, et nii saaks välja jätta arvud 1 ja 6:	1p
Näidatud, et kui välja jätta arv 1, siis ei ole võimalik arve vastavalt kirjutada:	1p
Näidatud, et arve 1, 2, 3, 4, 5, 7 ja 8 on nii võimalik kirjutada ringidesse:	<u>2p</u>
	7p

Märkus: Antud vaid õige täielik vastus: 2p.

Kui on läbi vaadatud kõik erinevad variandid, et kui üks arvudest välja jätta ja ülejäänud juhtudel jõutud vastuoluni, siis on lahendus väärt 7p.

5. Vastus: Kujundi pindala on 258,5 pindalaühikut ehk võrdne 258,5 ühikruudu pindalaga.

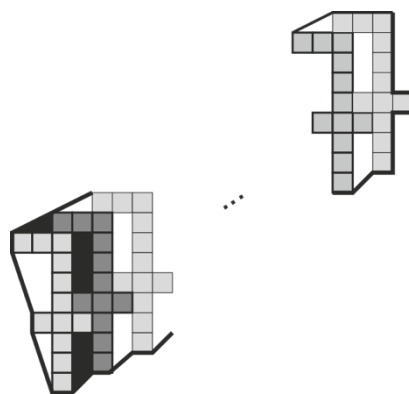
Lahendus:

Paneme tähele, et vasakpoolseimal numbril 7 on 3 sellist ühikruutu, mille on 3 naaberruutu ja parempoolseimal numbril 7 on selliseid ühikruute 2. Igal mitte äärmisel numbril 7 on selliseid ühikruute 5.

Kui kahe äärmise number 7 vahel on s number seitset, siis saame, et $3 + 5s + 2 = 65$, millest $s = 12$. Seega kujundis oli kokku 14 number seitset.

Vaatame nüüd joonega piiratud kujundit. Teame, et selles on 14 numbrit seitset, igaüks pindalaga 12 ühikruutu.

Paneme tähele, et lisaks on iga number seitsega, välja arvatud parempoolseimaga, kujundis kaasas veel kolm joonisel mustaks värvitud osa. Nende mustade osade pindalade summa on 6,5 ühikruutu. Lisaks on veel joonega piiratud alas enne vasakpoolseimat seitset olevad kaks valget osa, millede pindalade summa on 6 ühikruutu.



Seega kogu piiratud kujundi pindala on $14 \cdot 12 + 13 \cdot 6,5 + 6 = 168 + 84,5 + 6 = 258,5$ pindalaühikut.

Hindamine:

Leitud mitu kolme naaberruuduga ühikruutu on vasakpoolseimas,

paremapoolseimas ja igas mitte äärmises numbris seitse:

1p

Leitud number seitsmete arv selles mustris:

2p

Leitud piiratud kujundis olevates numbrites olevate ühikruutude arv:

1p

Leitud jaotamisvõimalus, millega leida kujundis numbritest ülejäänud osa pindala:

2p

Leitud piiratud kujundi pindala:

1p

7p

Märkus: Antud vaid õige vastus: 2p

.