

**Eesti LXXIII matemaatikaolümpiaad**  
**TALLINNA KOOLIVOOR**  
**7. jaanuaril 2026. a. Tallinnas**  
**XII klass**

Lahendamiseks on aega 4 tundi.

Iga ülesande õige ja ammendavalt põhjendatud lahendus annab 7 punkti.

Taskuarvutit kasutada ei lubata.

1. Karl paigutas kõik järjestikused naturaalarvud alates arvust 5 kuni arvuni 20 ühekordselt  $4 \times 4$  tabeli lahtritesse nii, et igas reas ja igas veerus oleks nelja arvu summa ikka üks ja sama arv. Maria asendas selle tabeli iga numbri ühega tähtedest A, B, C, D, E, K, L, M, N või P nii, et samadele numbritele vastas sama täht ja erinevatele numbritele erinevad tähed ning sai joonisel kujutatud tabeli. Leidke kõik võimalikud variandid, milline võis olla Karli koostatud esialgne arvude tabel.

|    |    |    |    |
|----|----|----|----|
| K  | AB | L  | CD |
| AP | AA | AN | M  |
| AK | AC | AM | N  |
| P  | AE | AD | AL |

2. Kogu reaalarvude hulgal  $R$  määratud funktsioonide  $f(x) = x^2 - x$  ja  $g(x) = 1 + x$  abil moodustati funktsioon  $F(x) = f[g(f(x))]$ .
- a) Leidke selle funktsiooni  $y = F(x)$  ekstreemumid ja määrake nende liik.
- b) Näidake, et funktsioon  $G(x) = F(x) - f(x)$  on kogu oma määramispiirkonnas mittenegatiivne.
3. Tähistame naturaalarvu  $n$  numbritel summat  $S(n)$ . (näiteks kui  $n = 123$  siis  $S(n) = 6$ ) Leidke naturaalarvu  $n$  kõik võimalikud väärtused, mille korral:
- a)  $n + S(n) + S(S(n)) = 2026$
- b)  $n + S(n) + S(S(n)) + S(S(S(n))) = 2026$
4. Võrdhaarse kolmnurga  $ABC$  tipunurga  $BAC$  suurus on  $2\alpha$  ning haarade keskpunkte  $U$  ja  $V$  ühendava lõigu pikkus on  $p$ . Väljapoole kolmnurga  $ABC$  sisepiirkonda konstrueeriti kaks võrdhaarset kolmnurka  $AKB$  ja  $AMC$  nii, et nende kolmnurkade tipunurkade  $AKB$  ja  $AMC$  suurus oleks samuti  $2\alpha$ .
- a) Tõestage, et nelinurk  $KBCM$  on võrdhaarne trapets, kui  $\alpha \neq 45^\circ$ .
- b) Leidke nelinurga  $KBCM$  pindala.
5. Laual on 36 kivikest. Mikk jaotab kõik need kivikesed teatud viisil mittetühjadesse kuhjadesse.
- a) Mitmel erineval viisil saaks ta jaotada need 36 kivikest vähemalt kahte kuhja nii, et kõigis kuhjades oleks võrdne arv kivikesi?
- b) Mitmel erineval viisil saaks ta jaotada need 36 kivikest kolme kuhja nii, et ühes neist oleks alati 10 kivikest ja need kolm kuhja erineksid üksteisest kivikeste arvu poolest?
- c) Milline oleks kuhjade suurim võimalik arv siis, kui ta jaotaks kõik 36 kivikest kuhjadesse nii, et kõik need kuhjad erineksid üksteisest kivikeste arvu poolest?