

Eesti LXXIII matemaatikaolümpiaad
TALLINNA KOOLIVOOR
7. jaanuaril 2026. a. Tallinnas
XI klass

Lahendamiseks on aega 4 tundi.

Iga ülesande õige ja ammendavalt põhjendatud lahendus annab 7 punkti.

Taskuarvutit kasutada ei lubata.

1. Leidke suurim võimalik täisarv, millega jagub nii avaldis $A = 3^9 - 3^3$ kui ka avaldis $B = n^9 - n^3$ mistahes täisarvu n korral.
2. Leidke süsteemi
$$\begin{cases} a + b = a^2 - b^2 \\ a - b > a \cdot b \end{cases}$$
 kõik täisarvulised lahendid.
3. 3.1. Tõestage samasus
$$4 - 3\sin^2 2\alpha = 4 \cdot (\sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha)$$
3.2. Leidke avaldise $\sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha$ väärtus, kui
 - a) $\sin \alpha + \cos \alpha = 2$;
 - b) $\sin \alpha + \cos \alpha = \sqrt{2}$.
4. Kolmnurga ABC kahe nurga suurused suhtuvad nagu $1 : 2$ ja nendele nurkadele vastavad vastaskülgede pikkused suhtuvad nagu $1 : \sqrt{3}$. Selle kolmnurga suurima nurga tipust C on vastasküljele tõmmatud kõrgus CH , mediaan CM ja nurgapoolitaja CN (punktid H , M ja N asuvad sirgel AB).
 - a) Leidke nurkade HCN ja HCM suuruste suhe.
 - b) Leidke kolmnurga ABC pindala, kui kolmnurga HCN pindala on 3 pindalaühikut.
5.
 - a) Kas on võimalik 2025-nurkse prisma servad värvida siniseks, mustaks ja valgeks nii, et igal tahul oleksid esindatud kõik kolm värvi ja igas tipus tuleksid kokku servad kolmest erinevast värvist?
 - b) Kas seda saab teha 2026-nurkses prisma?