

LXXIII олимпиада по математике Эстонии
ШКОЛЬНЫЙ ТУР ТАЛЛИННА
Таллинн, 7 января 2026 года
X класс

Время, отводимое для решения: 4 часа.

Верное и достаточно обоснованное решение каждой задачи дает 7 баллов.

Пользоваться калькулятором не разрешается.

1. В деревне Санта живут гномы. Часть жителей деревни всегда носит красные шапки, а остальные жители всегда носят зеленые шапки. Некоторые гномы из соседней деревни, которые хотят переехать жить в деревню Санта, подсчитали, что если после переезда в деревню Санта они все будут носить красные шапки, то количество гномов, которые носят красные шапки будет составлять 36% от общего количества жителей деревни. Если же все они начнут носить зеленые шапки, то количество гномов, которые носят зеленые шапки, будет составлять 84% от общего количества жителей деревни. Сколько процентов жителей деревни Санта носят сейчас красные шапки?

2. На Вышгород в Таллинн были приглашены четыре важных гостя: Адальберт, Бруно, Клемент и Даниэль, должности которых перечислены в алфавитном порядке: аббат, купец, монах и рыцарь. Вечером они перекусывали в отдельной комнате корчмы сидя за четырехугольным столом, причем каждый из четырех мужчин занимал одну из сторон четырехугольного стола. Услышав о том, что в прихожую корчмы вошел знаменитый аптекарь Мельхиор, прославившийся решением сложных задач, они решили испытать способности Мельхиора. Хозяин корчмы назвал аптекарю имена мужчин и их должности в произвольном порядке и добавил следующее:

- 1) рыцарь сидит по левую руку от Адальберта;
- 2) монах сидит напротив Бруно;
- 3) Клемент и Даниэль сидят рядом;
- 4) по левую руку от купца сидит мужчина, имя которого заканчивается буквой „т“.

Не зная и не видя этих четырех мужчин, Мельхиор определил должность каждого из них. Какую должность имел каждый из мужчин?

3. Шестизначное натуральное число N делится нацело на произведение $A \cdot B$ двух таких трехзначных натуральных чисел A и B , которые составлены следующим образом: множитель A составлен из трех первых цифр числа N (без изменения порядка записи цифр), а множитель B составлен из трех последних цифр числа N (без изменения порядка записи цифр). Найдите все шестизначные натуральные числа N , обладающие этим свойством.

4. Точка E лежит на стороне AB параллелограмма $ABCD$, причем $AE : EB = 2 : 7$. Точка F лежит на стороне BC , причем отрезок FB в три раза длиннее отрезка FC . Отрезки DE и AF пересекаются в точке O . Найдите отношение длин отрезков $OE : OD$.

5. В трех кучках вместе 2026 мячей. Из первой кучки Петр взял $\frac{1}{11}$ имеющихся в ней мячей, из второй $\frac{1}{14}$, а из третьей кучки $\frac{2}{9}$ имеющихся в ней мячей. Затем из первой кучки Петр взял $\frac{3}{10}$ оставшихся в ней мячей, из второй кучки $\frac{6}{13}$, а из третьей кучки $\frac{1}{7}$ оставшихся в ней мячей.

После этого Петр взял из каждой кучки по 20 мячей. В итоге выяснилось, что он взял ровно половину всех первоначально имевшихся мячей.

Сколько мячей могло быть первоначально в третьей кучке? Найди все возможные варианты.