

Eesti LXXIII matemaatikaolümpiaad
TALLINNA KOOLIVOOR
7. jaanuaril 2026. a. Tallinnas
X klass

Lahendamiseks on aega 4 tundi.

Iga ülesande õige ja ammendavalt põhjendatud lahendus annab 7 punkti.

Taskuarvutit kasutada ei lubata.

1. Santa külas elavad päkapikud. Osa küla elanikest kannab alati punaseid mütse, ülejäänud kannavad alati rohelisi mütse. Mõned päkapikud naaberküllast tahavad kolida elama Santa külla ning nad arvutasid, et kui pärast kolimist nad kõik hakkavad kandma punaseid mütse, siis punaseid mütse kandvate päkapikkude osakaal oleks 36% kõigist küla elanikest. Kui aga nad kõik hakkavad kandma rohelisi mütse, siis rohelisi mütse kandvate päkapikkude osakaal oleks 84% kõigist küla elanikest. Kui suur protsent Santa küla elanikest kannab praegu punaseid mütse?
2. Tallinna Toompeale olid kutsutud neli tähtsat külalist: Adalbert, Bruno, Clement ja Daniel, kelle ametid tähestikulises järjekorras olid: abt, kaupmees, munk ja rüütel. Õhtul einestasid nad kõrtsi privaattoas, kusjuures nelinurkse laua iga serva taga istus üks neist neljast mehest. Kuulnud, et kõrtsi eestuppa oli saabunud keerukate ülesannete lahendamisega kuulsust kogunud apteeker Melhior, otsustasid mehed Melhiori oskused proovile panna. Kõrtsmik edastas apteekrile meeste nimed ja ametid mingis järjekorras ning lisas järgmist:
 - 1) rüütel istub Adalberti vasakul käel;
 - 2) munk istub Bruno vastas;
 - 3) Clement ja Daniel istuvad kõrvuti;
 - 4) kaupmehe vasakul käel istuva mehe nime viimane täht on „f“.Tundmata ja ka nägemata neid nelja meest, leidis Melhior õige pea iga mehe ameti. Kes millist ametit pidas?
3. Kuuekohaline naturaalarv N jagub kahe sellise kolmekohalise naturaalarvu A ja B korrutisega $A \cdot B$, mille tegur A on moodustatud arvu N kolmest esimesest numbrist (nende järjekorda muutmata), tegur B aga arvu N kolmest viimasest numbrist (nende järjekorda muutmata). Leidke kõik sellise omadusega kuuekohalised naturaalarvud N .
4. Rööpkülikus ABCD asub punkt E küljel AB nii, et $AE : EB = 2 : 7$. Punkt F asub küljel BC nii, et lõik FB on kolm korda pikem kui lõik FC. Lõigud DE ja AF lõikuvad punktis O. Leidke suhe $OE : OD$.
5. Kolmes hunnikus on kokku 2026 palli. Peeter võttis esimesest hunnikust $\frac{1}{11}$ selles olevatest pallidest, teisest hunnikust $\frac{1}{14}$ ja kolmandast hunnikust $\frac{2}{9}$ selles olevatest pallidest. Seejärel võttis Peeter esimeses hunnikus allesjäänud pallidest $\frac{3}{10}$, teisest hunnikust $\frac{6}{13}$ ja kolmandast hunnikust $\frac{1}{7}$ pallidest. Peale seda võttis Peeter veel igast hunnikust 20 palli. Lõpuks selgus, et ta oli ära võtnud täpselt pool algsest olnud pallide arvust. Leia kõik võimalikud variandid, mitu palli võis algsest olla kolmandas hunnikus.