

LAHENDUSED 9. KLASS

1. Vastus: Ruumi sisenenud õpilase pikkus oli 175 cm.

Lahendus:

Algul ruumis olnud 30 õpilase pikkuste summa oli $30 \cdot 160 \text{ cm} = 4800 \text{ cm}$.

Pärast ühe õpilase lahkumist ruumist oli sinna jäänud õpilaste pikkuste summa

$$4800 \text{ cm} - 145 \text{ cm} = 4655 \text{ cm}.$$

Olgu sisenenud õpilase pikkus $x \text{ cm}$.

Nüüd oli ruumis olevate õpilaste pikkuste summa $4655 \text{ cm} + x \text{ cm}$.

Kuna nende kolmekümne õpilase pikkuste aritmeetiline keskmine oli 161 cm, siis nende pikkuste summa pidi olema $30 \cdot 161 \text{ cm} = 4830 \text{ cm}$.

Seega $4655 \text{ cm} + x \text{ cm} = 4830 \text{ cm}$, millest saame, et $x = 175$.

Hindamine:

Leitud algul ruumis olnud õpilaste pikkuste summa: 2p

Leitud ruumi jäänud 29 õpilase pikkuste summa: 1p

Leitud pärast ruumis olevate õpilaste pikkuste summa: 2p

Leitud ruumi sisenenud õpilase pikkus: 2p

7p

Märkus: Antud vaid õige vastus 2p.

2. Vastus: Reas seisis 211 inimest.

Lahendus 1:

Seisku pärast ümberpööramist Piiast eespool x inimest, Miiast y inimest ja Tiiast z inimest.

Sel juhul saame reas olevate inimeste arvu avaldada kolmel viisil:

$$x + 1 + 50, y + 1 + 100 \text{ ja } z + 1 + 170.$$

Kuna mainitud sõpradest ühe ees seisis neli korda rohkem inimesi, kui teise ees, siis saab olla, et kas $x = 4y$ või $x = 4z$ või $y = 4z$.

Kui $x = 4y$, siis $4y + 51 = y + 101$, millest y oleks murdarv. Järelikult ei saa kehtida võrdus $x = 4y$.

Kui $x = 4z$, siis $4z + 51 = z + 171$, millest $3z = 120$ ja $z = 40$.

Kui $y = 4z$, siis $4z + 101 = z + 171$, millest z oleks murdarv. Järelikult ei saa kehtida võrdus $y = 4z$.

Seega reas seisis $40 + 1 + 170 = 211$ inimest.

Lahendus 2:

Et Piiast eespool seisis 50 inimest ja Miiast eespool seisis 100 inimest, siis Piia ja Miia vahel on 49 inimest.

Et Tiiast eespool on 170 inimest ja Miiast eespool on 100 inimest, siis Tiia ja Miia vahel on 69 inimest.

Seisku pärast ümberpööramist Tiiast eespool x inimest.

Siis Miia eest on $69 + 1 + x = 70 + x$ inimest ja Piia eest on $120 + x$ inimest.

Kuna mainitud sõpradest ühe eest seisis neli korda rohkem inimesti, kui teise ees, siis saab olla, kas $70 + x = 4x$ või $120 + x = 4x$ või $4(70 + x) = 120 + x$.

Kui $70 + x = 4x$, siis x on murdarv. Järelikult see võrdus ei saa kehtida.

Kui $120 + x = 4x$, siis $x = 40$

Kui $4(70 + x) = 120 + x$, siis x on negatiivne murdarv, järelikult see võrdus ei saa kehtida.

Seega pärast ümberpööramist Tiiast eespool seisis 40 inimest ja kokku reas seisis $40 + 1 + 170 = 211$ inimest

Hindamine:

Avaldatud pärast ümberpööramist ravis seisjate arv kolmel erineval viisil
või on avaldatud eespool seisvate inimeste arv ühe muutuja kaudu

2p

Leitud kõik võimalused, kasutades teadmist, et kellegi ees seisis 4 korda
rohkem inimesi kui kellegi teise ees:

2p

Näidatud, et vaid üks neist on võimalik:

2p

Leitud ravis seisvate inimeste arv:

1p

7p

Märkus: Antud vaid õige vastus 2p.

3. Vastus: Lõigu BC pikkus on 15 cm.

Lahendus:

Olgu $\angle BAC = x$ ja $\angle CAD = y$.

Siis $\angle ADB = 80^\circ - x$ ja $\angle BDC = 95^\circ - y$.

Kolmnurk ADB on võrdhaarne, seega

$$\angle ABD = \angle BAD = x + y.$$

ja kuna kolmnurga nurkade summa on 180° , siis kehtib võrdus

$$2(x + y) + 80^\circ - x = 180^\circ,$$

millest $x + 2y = 100^\circ$.

Kolmnurk ADC on samuti võrdhaarne. Ka selles alusnurgad CAD ja ACD on võrdsed ($\angle ACD = \angle CAD = y$). Selle kolmnurga nurkade summa kaudu saame võrduse

$$2y + 80^\circ - x + 95^\circ - y = 180^\circ,$$

millest $y - x = 5^\circ$.

Avaldame x mõlemast seosest: $x = 100^\circ - 2y$ ja $x = y - 5^\circ$. Seega kehtib võrdus

$$100^\circ - 2y = y - 5^\circ,$$

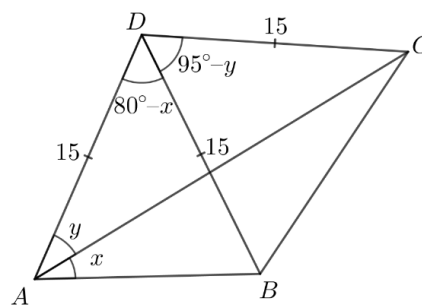
millest $3y = 105^\circ$ ja $y = 35^\circ$.

Vaatleme kolmnurka BDC . See on võrdhaarne kolmnurk tipunurgaga

$$\angle BDC = 95^\circ - y = 95^\circ - 35^\circ = 60^\circ.$$

Järelikult selle kolmnurga alusnurgad on suurusega 60° ja kolmnurk BDC on võrdkülgne.

Viimasest järeldub, et lõigu BC pikkus on 15 cm.



Hindamine:

Saadud esimene suuruste x ja y vaheline seos:

2p

Saadud teine suuruste x ja y vaheline seos:

2p

Arvutatud suurustest x ja y vähemalt üks suurus:

1p

Põhjendatud, et kolmnurk BDC on võrdkülgne:

1p

Järeldatud lõigu BC pikkus:

1p

7p

Märkus: Antud vaid õige vastus: 2p

4.

Lahendus:

Kuna arvule a on antud hinnang ja mitte leitud täpne väärtus, siis on kasulik püüda hinnata arvu a liidetavate suurust. Liidetavaid on 25 ja neist kõige suurem on $\frac{1}{2001}$ ja kõige väiksem on $\frac{1}{2025}$. Seega arv a on kindlasti suurem kui $25 \cdot \frac{1}{2025} = \frac{1}{81}$.

Hindamine:

Leitud ja kasutatud liidetavate arvu:

2p

Leitud liidetavatest vähim:

2p

Järeldatud, et arv a on suurem kui $25 \cdot \frac{1}{2025}$:

3p

7p

5. Vastus: Arvu A suurim võimalik väärtus on 89.

Lahendus:

Et A väärtus oleks võimalikult suur, tuleb igal käigul liita juurde võimalikult väike arv. Juurde ei saa liita arvu 1, sest arv 1 jagab igat arvu.

Kui viimasel käigul oleks liidetud arv 2, siis enne seda oleks olnud arv 98. See aga ei ole võimalik, sest arv 2 jagab arvu 98.

Kui viimasel käigul oleks liidetud arv 3, siis enne seda oleks olnud arv 97. Arv 3 ei jaga arvu 97 ja see on võimalik.

Et arv 97 on paaritu, siis selle saamiseks oli võimalik paaritule arvule liita arv 2.

Seega enne seda oli arv 95.

Ka seda arvu võimalik saada, liites eelmisele arvule arv 2.

Enne seda sai olla arv 93.

Nii saame ka kahel järgneval käigul, et uut arvu oli võimalik saada liites arvu 2.

Järelikult arvu A suurim võimalik väärtus on $100 - 3 - 2 - 2 - 2 - 2 = 89$.

Hindamine:

Tähelepanek, et juurde tuleb liita alati võimalikult väike arv: 1p

Põhjendatud, et ühelgi käigul ei saa liita arvu 1: 1p

Näidatud, et viimasel sammul ei saa liita arvu 2: 1p

Näidatud, et viimasel sammul saab liita arvu 3: 1p

Näidatud, et enne seda sai neljal käigul liita arvu 2: 2p

Leitud arvu A suurim võimalik väärtus: 1p

7p

Märkus: Antud vaid õige vastus: 2p