

LAHENDUSED 10.KLASS

1. Vastus: Robin sai endale $\frac{5}{11}$ ema antud rahast.

Lahendus:

Olgu poisid jagasid ema antud raha nii, et Kristofer sai endale x eurot ja Robin sai y eurot. Seljakoti ostmiseks Kristofer kulutas $0,2x$ eurot ja Robin kulutas $0,24y$ eurot.

Et seljakotid olid samasugused, siis $0,2x = 0,24y$, kust $y = \frac{5}{6}x$.

Kokku ema andis poegadele $x + y = x + \frac{5}{6}x = \frac{11}{6}x$

ja Robin sai endale: $\frac{\frac{5x}{6}}{\frac{11x}{6}} = \frac{5}{11}$ ema antud rahast.

Hindamine:

Seljakoti eest makstud summa avaldamine x ja y kaudu	2p
Võrrandi koostamine ja ühe muutuja avaldamine teise muutuja kaudu	2p
Ema antud raha avaldamine ühe muutuja kaudu	1p
Ema antud rahast Robini osa leidmine	2p
	7p

Märkus: ainult õige vastuse eest anda 2p.

2. Vastus: 82

Lahendus:

Antud avaldise korrutise osas korrutame omavahel esimese ja neljanda teguri ning teise ja kolmanda teguri. Saame avaldise

$$(a^2 + 13a + 22)(a^2 + 13a + 40) + x.$$

Edasi saame esitada avaldise sobival kujul:

$$((a^2 + 13a + 31) - 9)((a^2 + 13a + 31) + 9) + x,$$

ehk

$$(a^2 + 13a + 31)^2 - 81 + x.$$

On selge, et $(a^2 + 13a + 31)^2$ vähim võimalik väärtus on 0, sest antud ruutkolmliikmel on olemas nullkohad (ruutkolmliikme diskriminant $D = 45 > 0$). Seega, et avaldise $(a^2 + 13a + 31)^2 - 81 + x$ väärtus oleks positiivne mistahes a väärtuse korral, peab kehtima $0 - 81 + x > 0$, ehk $x > 81$.

Vähim täisarv x võib olla seega arv 82.

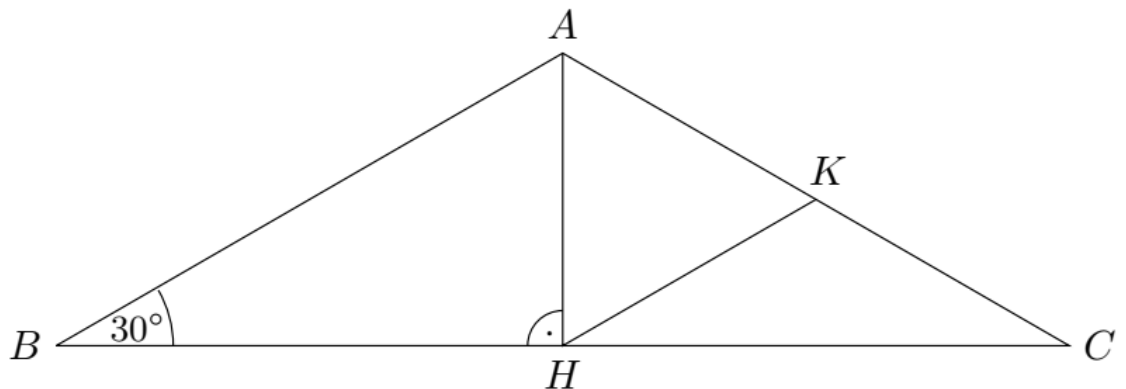
Hindamine:

Sobiva läbikorrutamise tegemine	2p
Ruutude vahe valemi kasutamine avaldises	2p
Avaldise $(a^2 + 13a + 31)^2$ vähima võimaliku väärtuse põhjendus	1p
Vähima täisarvu x leidmine	<u>2p</u>
	7p

3. Vastus: $25\sqrt{3}$ ruutmeetrit.

Lahendus:

Võrdhaarses kolmnurgas alusele tõmmatud mediaan poolitab külje BC ja on sellega risti. Seega on kolmnurk AHC täisnurkne kolmnurk ja selle ümberringjoone keskpunkt asub kolmnurga AHC hüpotenuusi AC keskpunktis K (vt joonist) ning lõigud AK , KC ja HK on selle ümberringjoone raadiusteks. Kui ümberringjoone pikkus on 10π meetrit, siis selle raadiuse pikkus on 5 meetrit. Seega $|AC| = 10$ m. Et $|AH| : |AC| = \sin 30^\circ$, siis $|AH| = |AC| \cdot \sin 30^\circ = 10 \cdot 0,5 = 5$ meetrit. Pool aluse BC pikkusest on aga $|HC| = |AC| \cdot \cos 30^\circ = 10 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 5 \cdot \sqrt{3}$ meetrit. Seega on kolmnurga ABC pindala $S = |AH| \cdot |HC| = 5 \cdot 5 \cdot \sqrt{3} = 25 \cdot \sqrt{3}$ ruutmeetrit.



Hindamine:

Tähelepanek ja selgitus, et kolmnurk AHC on täisnurkne	2 p
Ümberringjoone keskpunkti K asukoha määramine	1 p
Vajalike lõikude pikkuste arvutamine	2 p
Pindala leidmine	<u>2</u> p
	7p

4. **Vastus::** Adalbertile tuleks saata valge mantel ja lõviga kilp, Bernhardile tuleks saata pruun mantel ja kotkaga kilp, Casparile tuleks saata must mantel ja karuga kilp, Danielile tuleks saata kollane mantel ja luigega kilp.

Lahendus:

Esimesest tingimusest teame, et luigega kilbi omanik kandis kollast mantlit.

Teisest tingimusest saame teada, et Adalbert ei kandnud musta ega pruuni mantlit ning tema kilbil ei olnud luik ega kotkas. Järelikult ei saanud Adalberti mantel olla ka kollane, sest selle omaniku kilbil oli luik. Seega pidi Adalberti mantel olema valge.

Kolmandast tingimusest saame teada, et karuga kilbi omanik ei kandnud valget mantlit, mis tähendab, et Adalberti kilbil ei saanud olla ka karu. Järelikult pidi Adalberti kilbil olema lõvi.

Neljandast tingimusest saame teada, et Danieli kilbil ei olnud kotkas ega karu. Danieli kilbil ei saanud olla ka lõvi, sest see oli Adalberti kilbil. Järelikult pidi Danieli kilbil olema luik.

Esimese tingimuse põhjal pidi seega Danieli mantel olema kollane.

Kolmanda tingimuse põhjal ei olnud Bernhardi kilbil karu. Seal ei saanud olla ka lõvi ega luik, sest need olid vastavalt Adalberti ja Danieli kilpidel. Järelikult pidi Bernhardi kilbil olema kotkas.

Et ülejäänud kilbid on juba oma omanikud leidnud, siis pidi järgi jäänud karuga kilp kuuluma Casparile.

Viienda tingimuse põhjal ei kandnud Caspar pruuni mantlit. Et valge mantel kuulus Adalbertile ja kollane mantel kuulus Danielile, siis pidi Caspar kandma musta mantlit ja Bernhard pruuni mantlit.

Ehk Adalbertile tuleks saata valge mantel ja lõviga kilp, Bernhardile tuleks saata pruun mantel ja kotkaga kilp, Casparile tuleks saata must mantel ja karuga kilp, Danielile tuleks saata kollane mantel ja luigega kilp.

Hindamine:

Ühe rüütli mantli ja kilbi kindlakstegemine	2 p
Teise rüütli mantli ja kilbi kindlakstegemine	2 p
Kolmanda rüütli mantli ja kilbi kindlakstegemine	2 p
Neljanda rüütli mantli ja kilbi kindlakstegemine	1 p
	7p

5. Vastus:: 16 võimalust.

Lahendus:

Paigutatavate arvude summa on $1 + 2 + \dots + 12 = (1+12) \cdot 12 : 2 = 78$. Liites kokku kõik arvud veergudes ja ridades, saame $1 + \dots + 12 + a + 11 + 6 + 12 = 107 + a$. Et veerge ja ridu on kokku 4 ja neis paiknevate arvude summad on võrdsed, peab saadud summa $107 + a$ jaguma arvuga 4. Kuna $107 = 4 \cdot 26 + 3$, siis peab $3 + a$ jaguma arvuga 4. Seega saab a olla üks arvudest 1, 5 või 9. Viimane võimalus langeb ära, sest arv 9 on juba tabelisse kirjutatud. Kui $a = 1$, siis ühes reas (veerus) asuva nelja arvu summa on $(107 + 1) : 4 = 27$ ja esimesest reast saame, et $h = 27 - (1 + 9 + 11) = 6$. Arv 6 aga on tabelis olemas. Kui $a = 5$, siis rea summa on $(107 + 5) : 4 = 28$ ja $h = 28 - (5 + 9 + 11) = 3$. Puuduvate arvude kohta saame nüüd teada, et $b + c = 28 - (5 + 12) = 11$, $d + e = 28 - (11 + 6) = 11$ ja $f + g = 28 - (12 + 6) = 10$. Paigutamata arvudest 1, 2, 4, 7, 8 ja 10 on ainult $2 + 8 = 10$ ja $1 + 10 = 11 = 4 + 7$. Seega tähtede f ja g asemele tuleb mingis järjekorras paigutada arvud 2 ja 8 (2 võimalust). Tähtede paari b ja c ning paari d ja e asemele sobivad nii arvude paar 1 ja 10 kui ka paar 4 ja 7 (2 võimalust). Lisaks võib ka arvude 1 ja 10 ning 4 ja 7 asukohti vahetada (veel 4 võimalust). Seega on nõutud tingimustel võimalik arve paigutada $2 \cdot 2 \cdot 4 = 16$ erineval viisil.

Hindamine:

Leitud ühes reas (veerus) paiknevate arvude summa avaldis $(107 + a) : 4$	2 p
Analüüsitud arvu a võimalikke väärtusi	2 p
Leitud paaride f ja g , b ja c ning d ja e asemele sobivad arvude paarid	2 p
Leitud kõikvõimalike paigutuste arv	<u>1</u> p
	7p